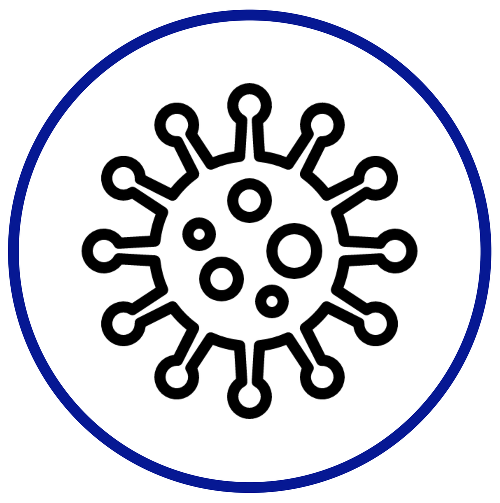
透過SIR模型與人口流量參數探討縣市間疫情傳染之關係

動機

在新型冠狀病毒蔓延的時期，世界各地都受到了許多影響，舉凡上班、上課，甚至是金融與旅遊業等都受到重創。然而台灣目前對於疫情的控制妥當，不少人歸功於台灣政府以及相關單位的超前部署和決策俐落。政府用了最嚴格的態度來對待這次的疫情，如下令海外歸國的人要居家隔離十四天、禁止口罩出口、出門時必須保持社交距離和配戴口罩等。政府所做出的這些嚴格政策再加上台灣公民的素養和高配合度以及醫護人員辛苦的付出，才得以幫助台灣將疫情控制得當。因此我們想從新冠肺炎的快速傳播下手，探討疫情會如何在城市之間人口流動而擴散，以及封城等限制移動的措施是否對疫情控制有幫助。



研究目的與問題

我們想透過模擬實驗的方式，比較有無防疫措施的病毒傳染情形去看出疾病傳播的過程、範圍、及走向，並在將來能提供政府和相關單位執行防疫政策之參考。以下是本研究提出的幾個問題：

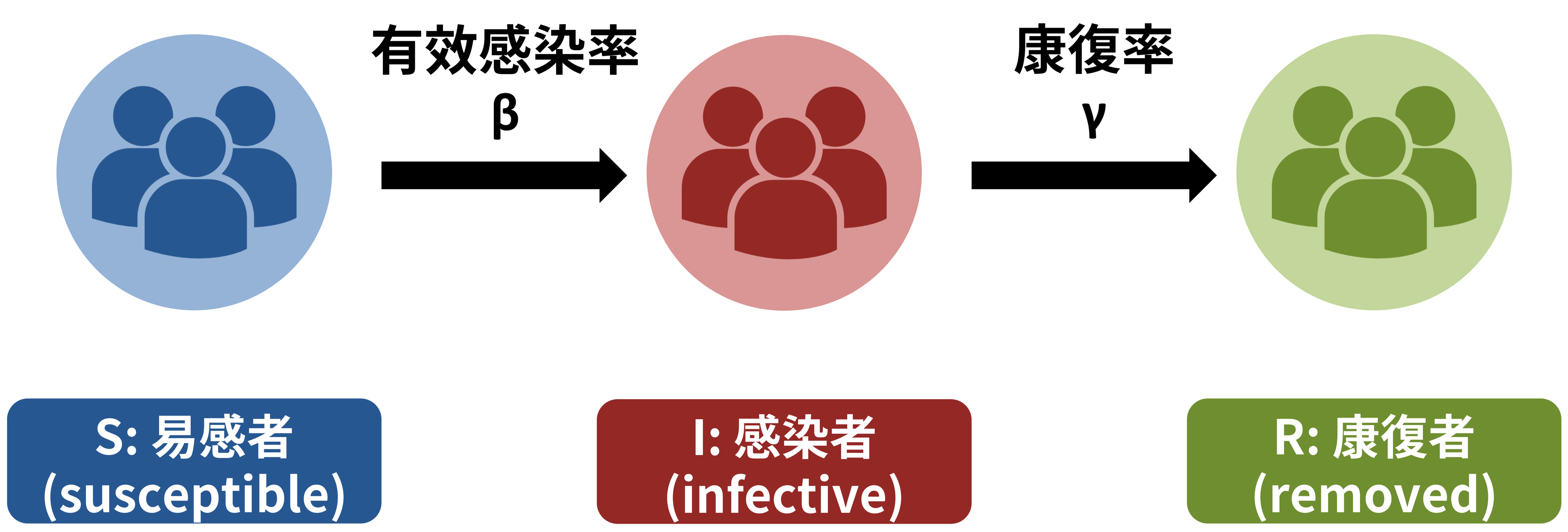
1. **縣市之間的人口流動量會如何影響疫情的散播？**
2. **有無防疫措施政策會怎麼影響到疫情的擴散？**
   例如像是封城或各縣市限制出入之後，疫情會如何擴散？
3. **當在台灣某縣市爆發疫情，是否全台灣的縣市都有必要進入緊急狀態，還是只有爆發疫情臨近幾個縣市需要特別注意？**

研究概念

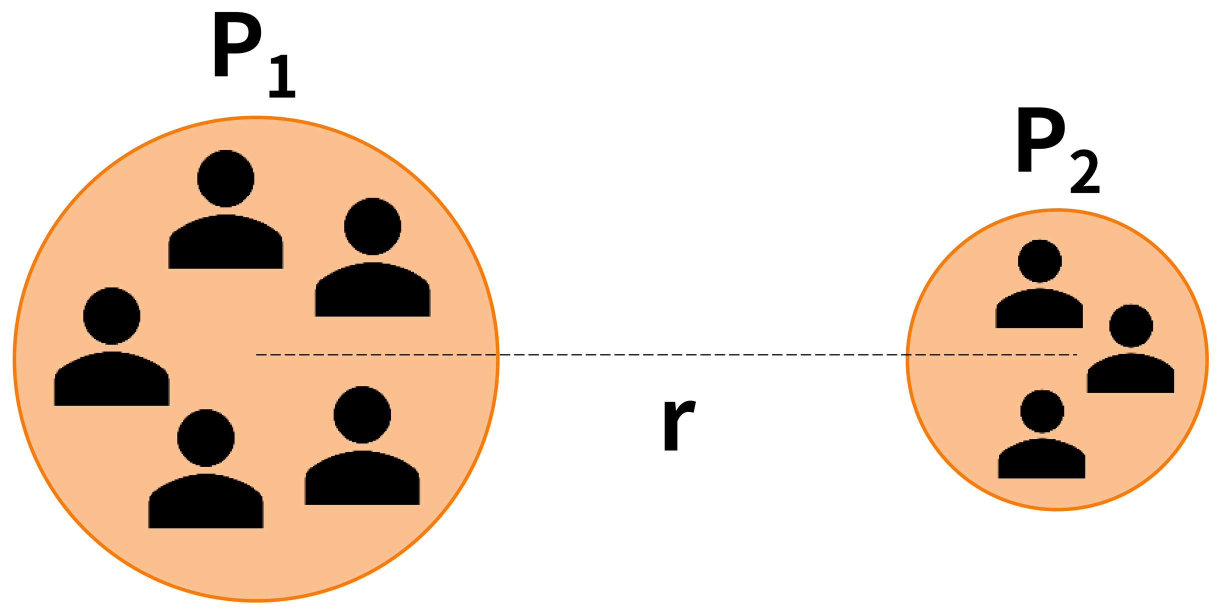
我們首先模擬在沒有任何防疫政策的情況下，疫情在一萬人的狀態下會如何散播。之後再模擬有做出因應防疫措施，例如減少移動率，疫情會如何散播。我們可以透過量化數據來估計人口減少了多少流動，模擬政策的變化可以依據計算結果來推測部分疫情散播的情況。
閱讀文獻之後，我們發現有許多模擬流行病的模型，而其中 SIR 模型是最好理解和實用的。再進一步的理解數學公式後，發現了這符合我們可以理解和運用的範圍內，因此選擇了此模型。

研究方法

SIR傳染病模型



城市引力模型



縣市間人口流量

$$C = \frac{\theta K P_1 P_2}{r^2}$$

研究限制

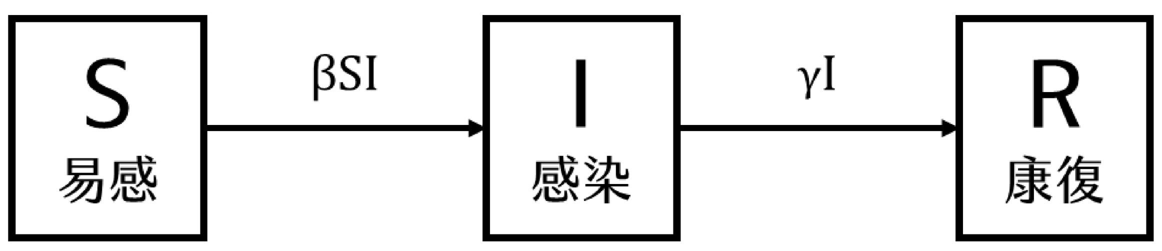
1. 人口流動的估計值只受到各個縣市的人口數和縣市之間的距離影響，其他可能會影響人口流動的因素像是交通或是地理位置將不被考慮
2. 以行政區的中心點來計算縣市之間的距離
3. 假設了被感染者痊癒之後無法再次受到病毒的感染

透過SIR模型與人口流量參數探討縣市間疫情傳染之關係

方法介紹

SIR傳染病模型

單一研究區的SIR模型

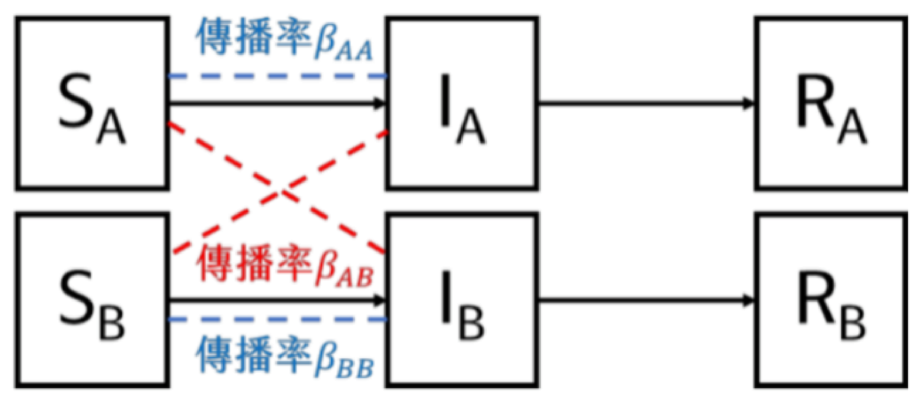


$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI$$
$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I$$
$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

$\frac{dS}{dt}$、$\frac{dI}{dt}$、$\frac{dR}{dt}$ 分別為易感者(S)、感染者(I)、康復者(R)之比例隨時間t的變化量。

使用 SIR 模型的時候，需要先有這三項假設數值，才能進行 SIR 模型模擬。

兩研究區交互作用的SIR模型



$$\frac{dS_A}{dt} = -(\beta_{AA}S_AI_A + \beta_{AB}S_AI_B)$$
$$\frac{dS_B}{dt} = -(\beta_{BB}S_BI_B + \beta_{BA}S_BI_A)$$
$$\frac{dI_A}{dt} = \beta_{AA}S_AI_A + \beta_{AB}S_AI_B - \gamma I_A$$
$$\frac{dI_B}{dt} = \beta_{BB}S_BI_B + \beta_{BA}S_BI_A - \gamma I_B$$
$$\frac{dR_A}{dt} = \gamma I_A$$
$$\frac{dR_B}{dt} = \gamma I_B$$

研究探討縣市間人口流量對病毒傳播的影響，所以須考慮多重區域的互相影響，因此需要改寫以上公式。

將各區域之間的有效傳染率納入考量後各區域內的有效傳染率會比區域間的有效傳染率還高。

推及n個研究區

$$\frac{dS_i}{dt} = -\sum_{k=1}^{n} \beta_{ik}S_iI_k$$
$$\frac{dI_i}{dt} = \sum_{k=1}^{n} \beta_{ik}S_iI_k - \gamma I_i$$
$$\frac{dR_i}{dt} = \gamma I_i$$

此公式為將劃分的區域數目提升至 n 個，求第 i 區感染人數隨時間的變化

城市引力模型

人口流量的計算方法：互動量為兩城市人口相乘後，再除以距離平方，運用此公式，可以大致推論各縣市之間的流動關係。

參照牛頓萬有引力定律的公式：

$$F = \frac{GM_1M_2}{r^2}$$

G ：萬有引力常數
M_1、M_2 ：物體質量
r ：兩物體之間距離

為了讓模擬過程更加方便調控參數，我們將城市引力模型改寫：

$$C = \frac{\theta KP_1P_2}{r^2}$$

θ、K ：人口流量參數
P_1、P_2 ：城市人口數
r ：兩城市之間距離

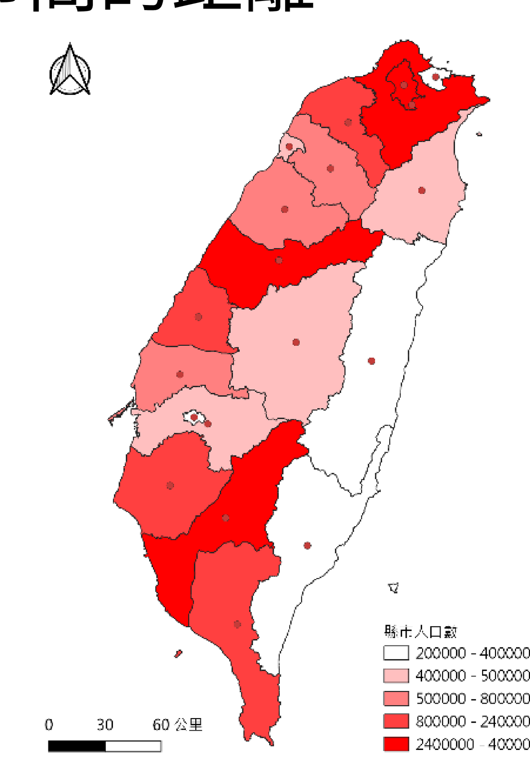
研究過程

我們從社會經濟資料服務平台獲取各縣市的人口數，並且利用 QGIS 軟體繪製各縣市的中心點，來計算縣市間的距離。

參數設定

K值　θ 值

首先決定將台北市與新北市之間的人口流量參數當作基準，因此將原始流量除以台北市與新北市之間的原始人口流量(1/K)，即把台北市與新北市的人口流量設為 1 。除了基準化的步驟之外，我們還利用了另一個變數 θ，用來提升或降低基準化人口流量值，將人口流量數值有真正實際的意義。



▲各縣市人口數及中心點位置

	臺北市	新北市	桃園市	臺中市	臺南市	高雄市
臺北市	-	81056.9	4618.069	561.123	80.659	116.806
新北市	81056.9	-	7265.275	948.745	130.226	190.380
桃園市	4618.069	7265.275	-	934.688	90.747	127.767
臺中市	561.123	948.745	934.688	-	296.347	395.367
臺南市	80.659	130.226	90.747	296.347	-	4411.037
高雄市	116.806	190.380	127.767	395.367	4411.037	-

×K

	臺北市	新北市	桃園市	臺中市	臺南市	高雄市
臺北市	-	1	0.057	0.007	0.001	0.001
新北市	1	-	0.090	0.012	0.002	0.002
桃園市	0.057	0.090	-	0.012	0.001	0.002
臺中市	0.007	0.012	0.012	-	0.004	0.005
臺南市	0.001	0.002	0.001	0.004	-	0.054
高雄市	0.001	0.002	0.002	0.005	0.054	-

×θ (θ=100)

	臺北市	新北市	桃園市	臺中市	臺南市	高雄市
臺北市	1	1	1	0.6923	0.0995	0.1441
新北市	1	1	1	1	0.1607	0.2349
桃園市	1	1	1	1	0.112	0.1576
臺中市	0.6923	1	1	1	0.3656	0.4878
臺南市	0.0995	0.1607	0.112	0.3656	1	1
高雄市	0.1441	0.2349	0.1576	0.4878	1	1

參數模擬

- 初始病例所在縣市
- 初始病例數
- 人口流動參數: θ值
- 感染天數

初始病例所在縣市在模擬中一律設為臺北市，以便於不同結果的比較。

本研究的 θ 值是用來提升或降低基準化人口流動量，而研究中設定了四個不同的人口流動參數，各有不同的意義。當 θ 值愈高時，縣市之間的人口流動量就越多。

並在各個情境下調整初始案例數以及病毒傳播時間，來觀察疫情傳播的狀況。

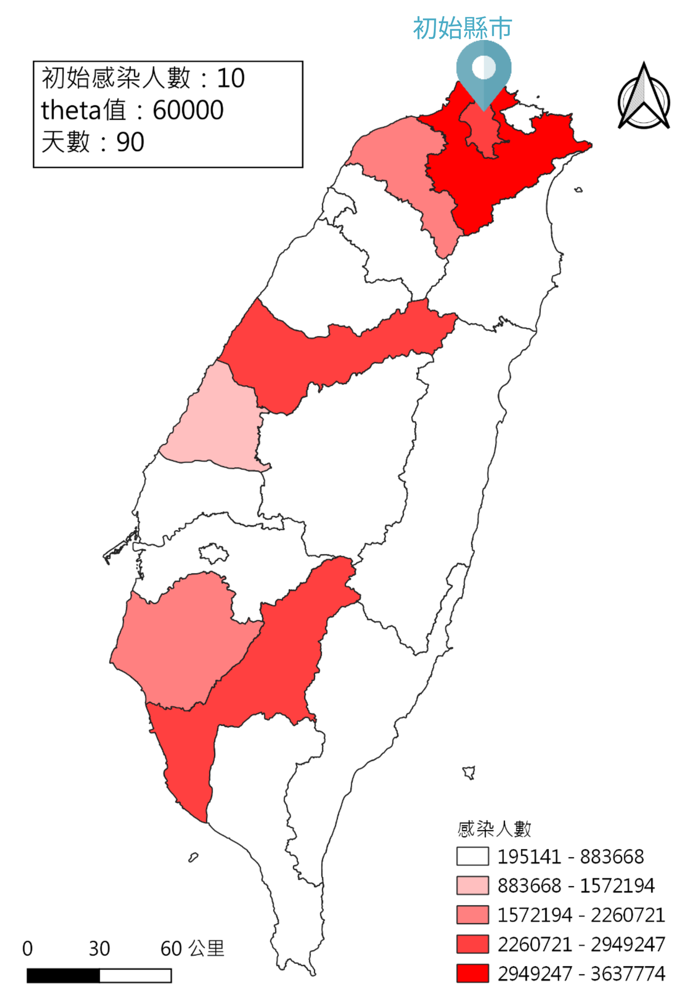
情境一	視台灣為單一研究區	θ = 60000
情境二	正常縣市人口流動	θ = 100
情境三	50%縣市人口流動	θ = 50
情境四	縣市之間封城	θ = 0

透過SIR模型與人口流量參數探討縣市間疫情傳染之關係

研究結果

情境一 視台灣為單一研究區

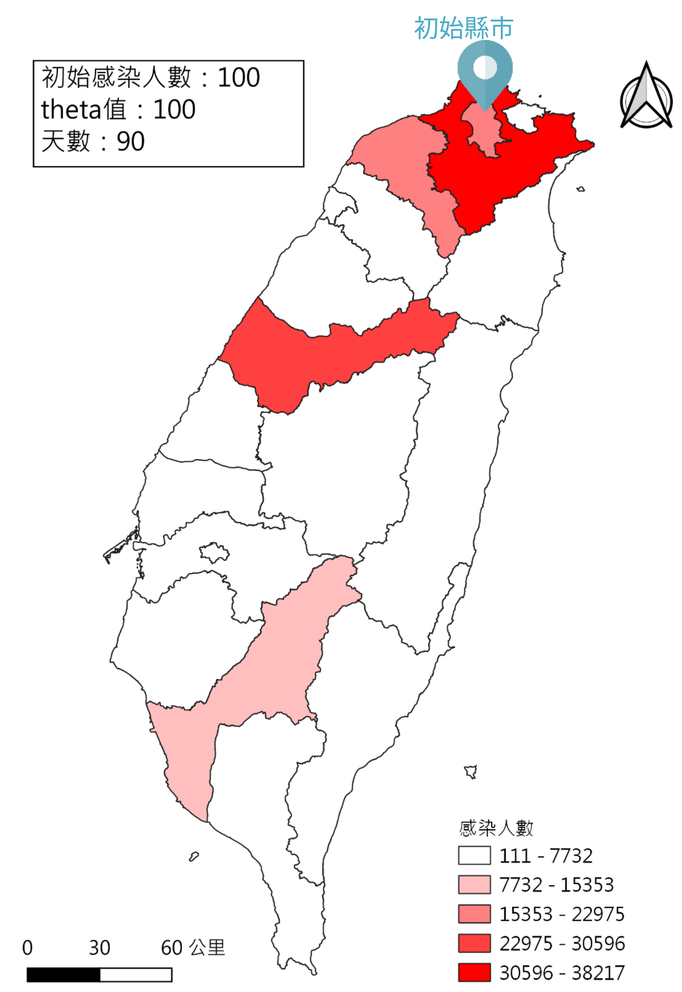
- θ = 60000
- 讓縣市間人口流量還原到 1
- 任何一個縣市的初始病例就等同於整個台灣本島的初始病例



初始值	30天	60天	90天
10	18820	10200503	21096223
100	186493	18080738	21277574
1000	1708510	20435194	21339078

情境二 維持正常縣市人口移動

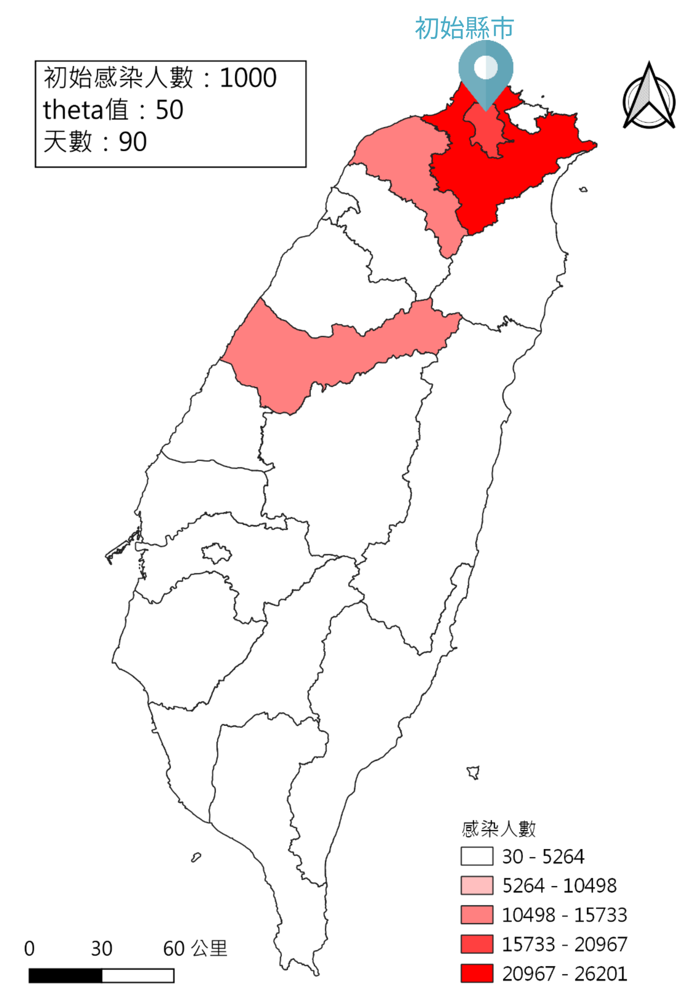
- θ = 100
- 盡可能地貼近真實縣市人口的移動量



初始值	30天	60天	90天
10	228	1942	15215
100	2286	19398	149384
1000	22826	190502	1305685

情境三 減少 50% 人口流動量

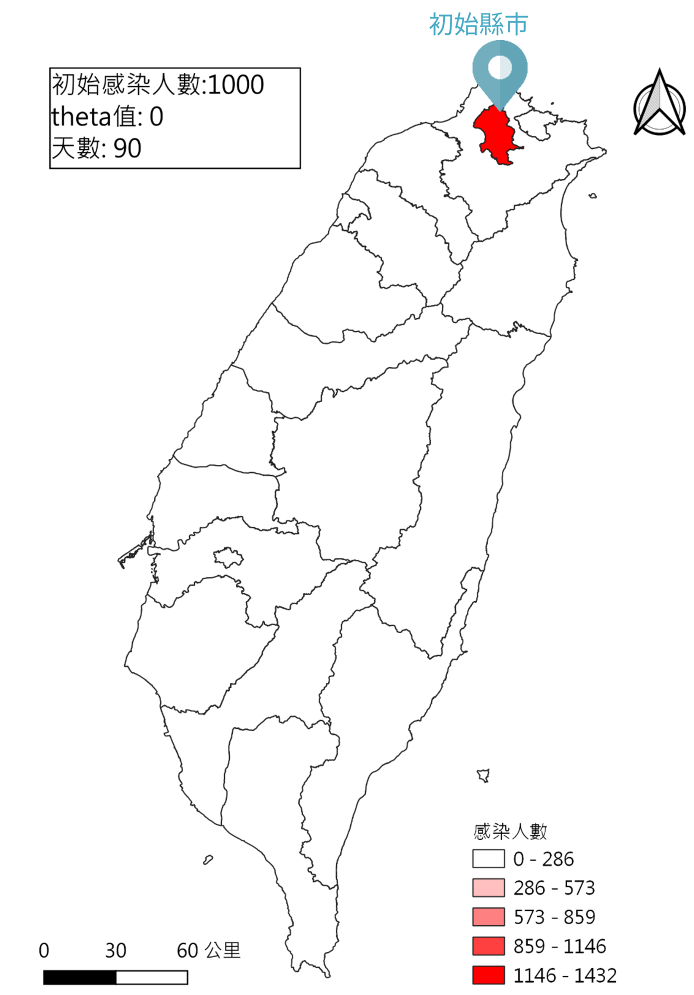
- θ = 50
- 情境二的狀況下，再減少50% 的人口流動量
- 縣市之間人口移動限制政策



初始值	30天	60天	90天
10	101	332	893
100	1025	3324	8901
1000	10240	33116	87810

情境四 各縣市之間封城

- θ = 0
- 各縣市之間的封城
- 不會有任何的互動和人口流動



初始值	30天	60天	90天
10	14	14	14
100	141	143	143
1000	1409	1430	1432

討論

1. 如果將台灣視為一個單位（情境一），而所有人都會頻繁的流動於全台，一旦有少數人被感染，在毫無預防措施的狀況下，不到三個月全台灣人民就幾乎會變成為感染者。
2. 在比較貼近真實生活的情境（情境二、三、四），我們發現如果感染時間相同而初始感染人數不同，最終的感染人數會以初始感染人數的相同倍數，來呈現正比的模式增加。但如果在相同的初始感染人數的情況下而感染時間不同，最終的感染人數會不只以倍數增加，反而會更貼近指數成長的模式增加，這也透露出短時間內的果斷和快速的防疫政策抉擇是相當重要的。
3. 最重要的參數是人口流量數值的高低，一旦人口流量數值降低，疫情最終的感染人數以及疫情人數成長的速率都會降低許多，因此控制縣市之間的人口移動的確能有效減緩疫情的成長。

θ = 60000

初始值	30天	60天	90天
10	18820	10200503	21096223

θ = 100

初始值	30天	60天	90天
10	228	1942	15215
100	2286	19398	149384
1000	22826	190502	1305685

線性成長

傾向指數成長

初始值	感染天數	θ = 100	θ = 50	θ = 0
10	30	228	101	14
100	60	19398	3324	143
1000	90	1305685	87810	1432

結論

本研究因應時事，希望能利用流行病學與地理學的觀點，去創造一個可以模擬疫情傳染的模式。我們的模擬以多個縣市的 SIR 模型機制，去探討台灣縣市間人口流動量和疫情傳播導向之間的關係。利用流行病學的 SIR 模型去模擬感染人口，將人口分為易感者、已感染者、和免疫的痊癒者三群，而 SIR 模型所用的人口流量參數則是利用由重力模型所建構的城市引力模型計算，透過縣市中心點距離來模擬人口流量。透過模型進一步模擬不同情況下，台灣縣市人口流動量如何影響疫情擴散。本次研究模擬了四種不同情境，包含台灣縣市之間完全無阻礙（地理位置、距離、科技限制等）的人口流動，將全台灣視為一個單位；以及正常縣市間人口流動，代表著各縣市的人口流動和平常一樣，並沒有任何的遞減或限制；人口流動量減為平常的一半，代表著縣市間已對人口流動稍有控管及限制；最後是完全沒有人口流動，表各縣市已下令全面封城。當人口流動與接觸率越高，病毒傳播的範圍將更廣、感染人數也會增加。反之，當流動率越低，我們就更能夠控制疫情的傳播。因此回答研究問題，一個好的防疫政策是盡可能地降低縣市間的人口流量，或甚至是單一個人的移動，進而達到控制疫情的效果。